

**Обратите внимание:** в этом вопроснике есть специальные инструкции. Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

**שימו לב:** בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות. יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

## Математика

### 4 единицы обучения – второй вопросник

## מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד – שאלון שני

#### Указания

- а. Продолжительность экзамена: 2 часа 30 минут.
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:  
 В этом вопроснике два раздела, и в них пять вопросов.  
 Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве  
 Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное и интегральное исчисление тригонометрических функций, показательные и логарифмические функции, степенные функции  
 Вы должны ответить на три вопроса по своему выбору –  $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$  баллов.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה. כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

#### הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:  
 בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.  
 פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב  
 פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה  
 יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם –  $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$  נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

## Вопросы

Ответьте на три из вопросов 1–5 (за каждый вопрос  $33\frac{1}{3}$  балла).

**Обратите внимание:** если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены только первые три ответа в вашей тетради.

### Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве

#### Последовательности

1. На заводе электроники начали производить компьютеры.

Каждую неделю количество произведенных компьютеров было на постоянную величину больше количества компьютеров, произведенных за предыдущую неделю.

За первую неделю произвели 900 компьютеров.

Производство продолжалось 50 недель. За этот период было произведено в общей сложности 167 500 компьютеров.

(\*) На сколько больше компьютеров производили за каждую неделю, чем за предыдущую?

По окончании производства завод продавал компьютеры в течение нескольких месяцев.

Количество проданных компьютеров каждый месяц было в  $q$  раз больше, чем количество компьютеров, проданных за предыдущий месяц.

За четвертый месяц было продано 160 компьютеров.

За седьмой месяц было продано 1 280 компьютеров.

(\*) Сколько компьютеров было продано за первый месяц?

Седьмой месяц был посередине списка месяцев, в течение которых продавались компьютеры.

(\*) Сколько месяцев продолжалась продажа компьютеров?

(\*) Сколько компьютеров, произведенных на заводе, не было продано?

#### Тригонометрия в пространстве

2. Дана пирамида  $SABCD$ , боковые ребра которой равны между собой [השה], а ее основание  $ABCD$  – прямоугольник.

$SM$  – высота к стороне  $BC$  грани  $BSC$  (смотрите чертеж).

Дано:  $SM = AB = 12$ .

(\*) Найдите высоту пирамиды  $SO$ .

Точка  $P$  – середина высоты пирамиды  $SO$ .

(\*) Вычислите величину угла между  $PM$  и основанием  $ABCD$ .

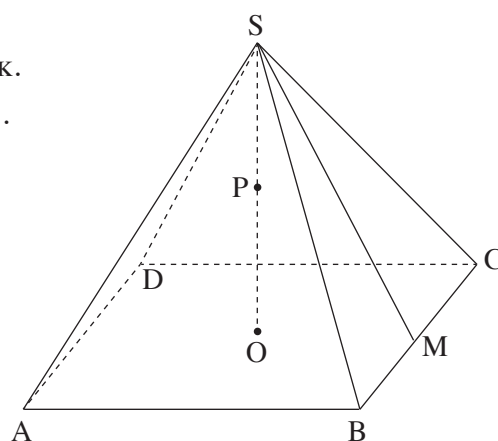
Дано, что угол между боковым ребром  $SC$  и основанием  $ABCD$  равен  $52^\circ$ .

Соединяют точку  $P$  с вершинами основания пирамиды таким образом, что образуется новая пирамида  $PABCD$ .

(\*) Найдите объем пирамиды  $PABCD$ .

Дан куб, объем которого равен объему пирамиды  $PABCD$ .

(\*) Найдите длину стороны этого куба.



**Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное  
и интегральное исчисление тригонометрических функций,  
показательные и логарифмические функции, функции степени**

3. Дана функция  $f(x) = \cos(2x) + 6 \sin(x) + a$ ,  $a$  – параметр.

Функция  $f(x)$  определена в области  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

(**к**) Найдите координаты всех точек экстремума функции  $f(x)$  и определите их тип (при необходимости выразите свои ответы через  $a$ ).

Дано, что прямая  $y = 6$  является касательной к графику функции  $f(x)$  в точке ее абсолютного максимума.

(**а**) Найдите значение параметра  $a$ .

(**б**) Начертите схематический график функции  $f(x)$  (график функции  $f(x)$  пересекает ось  $x$  в двух точках).

(**в**) Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $f(x)$ , прямой  $y = 6$  и осью  $y$ .

4. На чертеже справа представлены графики I и II.

Один из графиков – график функции  $f(x)$ ,

а другой – график функции производной  $f'(x)$ .

(**к**) Какой из графиков I–II соответствует производной  $f'(x)$ ?

Обоснуйте свой ответ.

Дано, что  $f(x) = (x - 4)^2 \cdot e^{x-3}$ .

(**а**) (1) Найдите область определения функции  $f(x)$ .

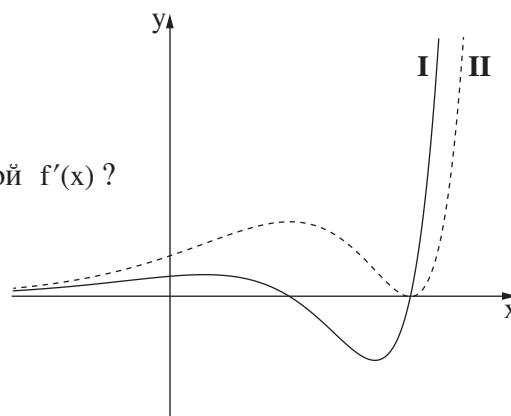
(2) Найдите координаты точек пересечения  
графика функции  $f(x)$  с осями координат.

(3) Найдите координаты точек экстремума функции  $f(x)$  и определите их тип по графику.

(**б**) Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком производной  $f'(x)$  и осью  $x$ .

Дана функция  $g(x) = -f'(x)$ .

(**в**) Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $g(x)$  и графиком производной  $f'(x)$ . Обоснуйте свой ответ.



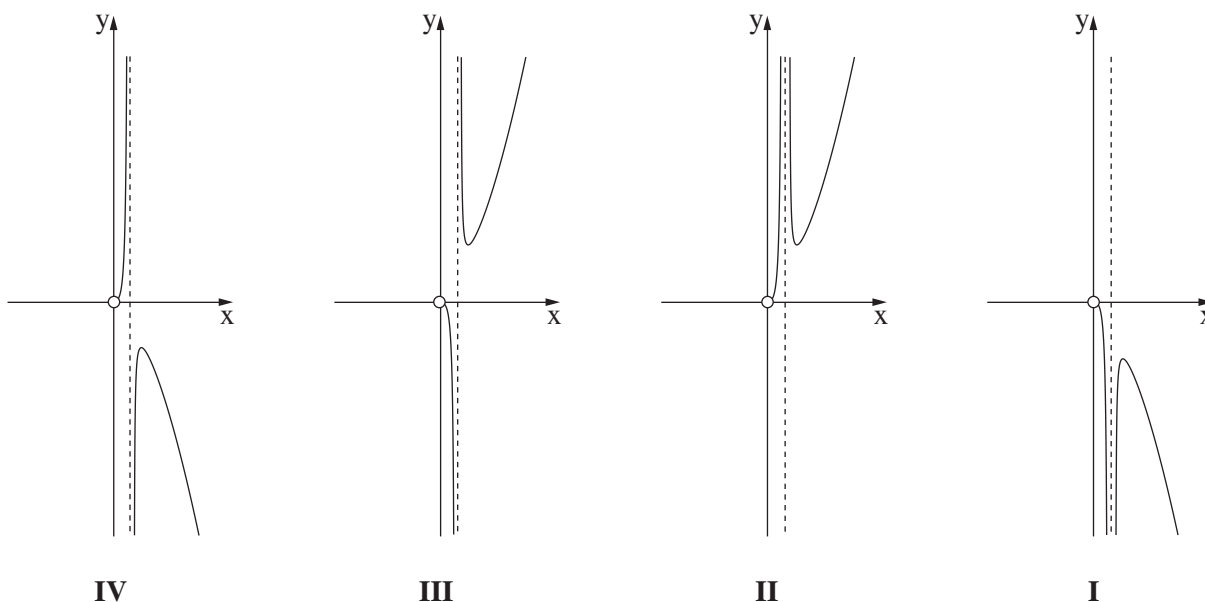
5. Дана функция  $f(x) = \frac{3x^2}{2\ln(x) + 1}$ .

- (к) (1) Найдите область определения функции  $f(x)$ .
- (2) Пересекает ли график функции  $f(x)$  ось  $x$ ? Обоснуйте свой ответ.
- (3) Найдите уравнение асимптоты функции  $f(x)$ , перпендикулярной оси  $x$ .
- (а) Найдите координаты точки экстремума функции  $f(x)$  и определите ее тип.
- (б) Найдите области возрастания и убывания функции  $f(x)$ .
- (г) Определите, какой из графиков I–IV в конце этого вопроса соответствует графику функции  $f(x)$ .

Прямая  $y = t$  касается графика функции  $f(x)$ .

(ה) Пересекает ли прямая  $y = t - 5$  график функции  $f(x)$ ?

Если да – найдите, сколько есть точек пересечения. Если нет – обоснуйте.



**Желаем успеха!**

Авторские права принадлежат Государству Израиль.  
Копировать или публиковать можно только  
с разрешения Министерства просвещения.

**בהצלחה!**

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.  
אין להעתיק או לפרסם  
אלא ברשות משרד החינוך.