

Математика

4 единицы обучения – второй вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

Указания

а. Продолжительность экзамена: 1 час 45 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике два раздела, и в них пять вопросов.

Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве

Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное и интегральное исчисление тригонометрических функций, показательные и логарифмические функции, степенные функции

Вы должны ответить на три вопроса, по меньшей мере на

один вопрос из каждого раздела – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ баллов.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

הוראות

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי

ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות

חזקה

יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה

אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש

באפשרויות התכנות במחשבון

שיש בו אפשרות תכנות. שימוש

במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות

במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה;

יש לסמן את מספרה בלבד.

2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת

מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות,

כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה

ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום

לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

Вопросы

Обратите внимание: объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Ответьте на три из вопросов 1–5, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены только первые три из ответов в вашей тетради.

Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве

Последовательности

1. В воскресенье Яэль и Шира отправились в пешую прогулку по маршруту длиной 4 200 метров.

Они вышли вместе из точки начала маршрута.

В течение первой минуты Яэль прошла 130 метров, а каждую последующую минуту она проходила расстояние, на 2 метра меньшее, чем расстояние, которое она прошла за предыдущую минуту.

(⌘) Какое расстояние Яэль прошла за 55 минут?

(ⓐ) (1) За сколько минут Яэль прошла весь маршрут от начала до конца?

(2) Какое расстояние Яэль прошла за последнюю минуту?

Шира каждую минуту проходила одинаковое расстояние.

Яэль и Шира дошли до конца маршрута в одно и то же время.

(ⓑ) Какое расстояние Шира проходила за каждую минуту?

В понедельник Яэль и Шира отправились в пешую прогулку по другому маршруту.

Шира вышла из точки начала маршрута и проходила каждую минуту то же самое расстояние, что и в воскресенье.

Яэль вышла из точки начала маршрута на 4 минуты позже Ширы, шла каждую минуту так же, как она шла в воскресенье (в течение первой минуты Яэль прошла 130 метров, а каждую последующую минуту она проходила расстояние, на 2 метра меньшее, чем расстояние, которое она прошла за предшествующую минуту).

(ⓓ) Сколько минут прошло с момента времени, когда Яэль вышла из точки начала маршрута, и до того момента, когда она первый раз поравнялась с Широй?

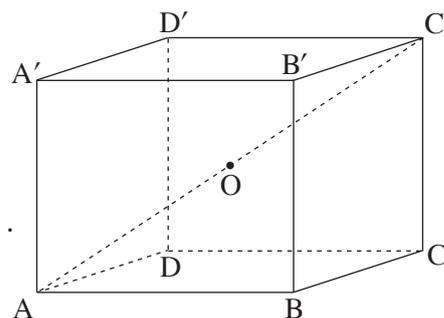
Тригонометрия в пространстве

2. Дан параллелепипед $ABCD A' B' C' D'$ (смотрите чертеж).

$ABCD$ – основание этого параллелепипеда.

O – точка пересечения диагоналей параллелепипеда.

Дано: $CC' = 1.5 \cdot a$, $BC = a$, $AB = \sqrt{3} \cdot a$.



(а) Выразите длину диагонали основания, AC , при помощи a .

(б) Найдите величину угла между диагональю параллелепипеда, AC' , и основанием $ABCD$.

Дано: площадь боковых граней [лѳобум] данного параллелепипеда равна $108 \cdot (1 + \sqrt{3})$

(а) Найдите a .

(б) Найдите объем пирамиды $OABCD$.

(в) Для каждого из утверждений (1)–(2) определите, верно оно или неверно, и обоснуйте свой ответ.

(1) Объем пирамиды $OABCD$ больше объема пирамиды $OAA'D'D$.

(2) Угол между прямой AC и плоскостью грани $DD'C'C$ равен 30° .

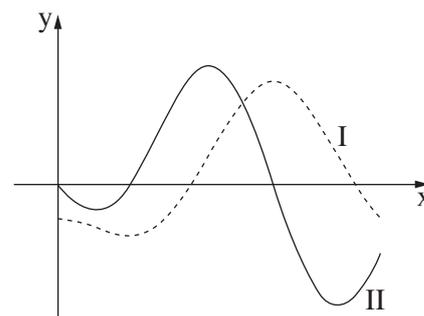
Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное и интегральное исчисление тригонометрических функций, показательные и логарифмические функции, функции степени

3. На чертеже справа изображены графики функции $f(x)$

и функции ее производной, $f'(x)$, определенные

в области $0 \leq x \leq 1.5\pi$.

(а) Определите, какой из графиков I–II на чертеже соответствует графику функции $f(x)$, а какой из них – графику функции производной, $f'(x)$.



Дано: $f(x) = \frac{1}{2} \cos(2x) - \cos(x)$ в области $0 \leq x \leq 1.5\pi$.

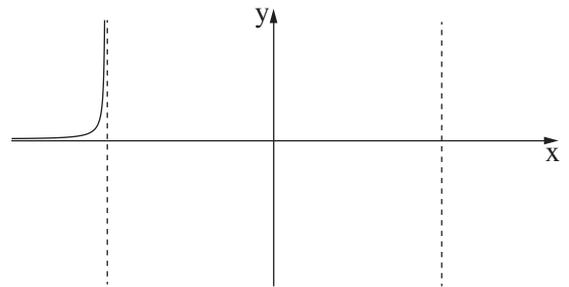
(б) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип (вы можете определить их тип по чертежу).

(в) При каких значениях k у прямой $y = k$ и графика функции $f(x)$ есть в точности две общие точки? Обоснуйте свой ответ.

(г) Вычислите площадь фигуры, заключенной между графиком функции производной $f'(x)$ и осью x .

4. Дана функция $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 2}$.

- (⌘) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (2) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, перпендикулярных оси x .
- (2) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат (если таковые существуют).
- (3) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
- (7) Справа приведен частичный схематический график функции $f(x)$.
Перенесите его в свою тетрадь
и дополните его отсутствующими частями
графика функции $f(x)$.



Дана функция $g(x) = f(x) + c$, c – параметр.

- (7) Найдите два возможных значения c ,
для которых у функции $g(x)$ есть точка
экстремума на прямой $y = 3$. Обоснуйте свой ответ.

5. Дана функция $f(x) = (\ln x)^2 - a \cdot \ln x + 3$. a – параметр.

Одной из точек пересечения графика $f(x)$ с осью x является $(e^3, 0)$.

- (⌘) Найдите a .

Подставьте $a = 4$ в функцию $f(x)$ и ответьте на вопросы пунктов (2)–(4).

- (2) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (3) Найдите координаты другой точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .
- (7) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.
- (7) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Функция $g(x)$ и функция ее производной $g'(x)$ определены в той же самой области, в которой определена функция $f(x)$.

Дано: $g'(x) = -f(x)$.

- (4) Определите координаты x точек экстремума функции $g(x)$ и определите их тип.
Обоснуйте свои ответы.

Желаем успеха!

בהצלחה!