

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции.
Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Математика

4 единицы обучения – второй вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

Указания

- а. Продолжительность экзамена: 2 часа 30 минут.
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:
В этом вопроснике два раздела, и в них пять вопросов.
Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве
Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное и интегральное исчисление тригонометрических функций, показательные и логарифмические функции, степенные функции
Вы должны ответить на три вопроса по своему выбору – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ баллов.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

Вопросы

Ответьте на три из вопросов 1–5 (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены только первые три ответа в вашей тетради.

Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве

Последовательности

1. В одном поезде есть 11 вагонов. В воскресенье число пассажиров в каждом вагоне было на постоянное число больше, чем число пассажиров в предыдущем вагоне. Число пассажиров в последнем вагоне было в 3 раза больше, чем число пассажиров в первом вагоне.

В этот день общее число пассажиров в поезде составило 220 .

- (а) Найдите, сколько пассажиров было в первом вагоне.
- (б) Найдите, сколько пассажиров было в среднем вагоне поезда.
- (в) Найдите, сколько всего пассажиров было в нечетных вагонах (первом, третьем, пятом и так далее).

В понедельник число пассажиров в поезде было в 2 раза больше числа пассажиров в воскресенье, а потому было решено прицепить к поезду дополнительные вагоны.

В понедельник число пассажиров в каждом вагоне было на 3 больше, чем число пассажиров в предыдущем вагоне.

В этот день в первом вагоне было 5 пассажиров.

- (г) Найдите число дополнительных вагонов, которые прицепили к поезду в понедельник.

Тригонометрия в пространстве

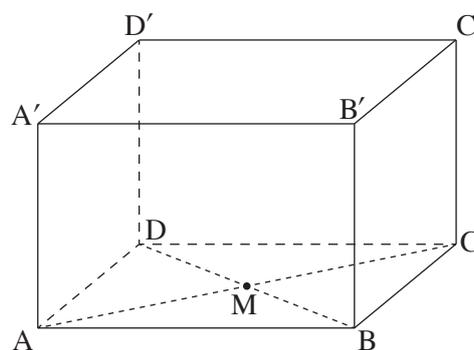
2. На чертеже справа представлен прямоугольный параллелепипед $ABCD A' B' C' D'$.

Диагонали основания $ABCD$ пересекаются в точке M .

Дано: $BC = 5$, $AB = 12$.

Дано, что величина угла между отрезком MC' и основанием $ABCD$ равна 50° .

- (а) Найдите длину высоты параллелепипеда.
- (б) Найдите полную площадь поверхности [השטח הכולל] параллелепипеда.



Диагонали основания $A' B' C' D'$ пересекаются в точке M' .

Точка P – такая точка на отрезке MM' , что выполняется $AP = 1.5MP$.

Соединяют отрезками точку P с вершинами основания $ABCD$ так, что образуется пирамида $PABCD$, боковые ребра которой равны между собой [ישרה].

- (в) Найдите величину угла между боковым ребром этой пирамиды и основанием $ABCD$.
- (г) Найдите объем этой пирамиды.

**Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное
и интегральное исчисление тригонометрических функций,
показательные и логарифмические функции, функции степени**

3. Дана функция $f(x) = a - \frac{1}{2}(\sin x)^2$, a – параметр.

Область определения функции $f(x)$: $0 \leq x \leq 2\pi$.

(**к**) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип. При необходимости выразите свои ответы при помощи a .

Прямая $y = 2$ является касательной к графику функции $f(x)$.

(**а**) Найдите два возможных значения a .

Подставьте в функцию $f(x)$ меньшее из найденных вами значений a и ответьте на пункты (**д**)–(**т**).

(**д**) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x)$, для которой выполняется $g'(x) = f(x)$.

Функции $f(x)$ и $g(x)$ имеют одну и ту же область определения.

(**т**) Ниже приведены два утверждения, I–II. Для каждого из этих утверждений определите, верно оно или неверно. Обоснуйте свои заключения.

I. У функции $g(x)$ есть 3 внутренние точки экстремума.

II. Функция $g(x)$ возрастает в области $0 < x < 2\pi$.

4. Дана функция $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x - 3}$.

(**к**) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.

(2) Найдите уравнение асимптоты функции $f(x)$, перпендикулярной оси x .

(**а**) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат (если таковые существуют).

(**д**) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.

(**т**) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$.

(**н**) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x)$, для которой выполняется $g(x) = -f(x) + 15$.

Функции $f(x)$ и $g(x)$ имеют одну и ту же область определения.

(**о**) (1) Найдите координаты точки экстремума функции $g(x)$ и определите ее тип.

(2) Сколько точек пересечения с осью x есть у графика функции $g(x)$? Обоснуйте свой ответ.

5. Дана функция $f(x) = ax \cdot \ln(2x)$, a – параметр.

(а) Найдите область определения функции $f(x)$.

Дано, что угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)$ в точке, в которой $x = \frac{e}{2}$, равен 6.

(б) Найдите a .

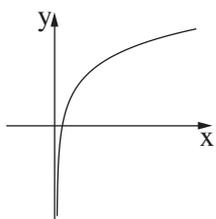
Подставьте $a = 3$ в функцию $f(x)$ и ответьте на пункты (г)–(и).

(г) Найдите координаты точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .

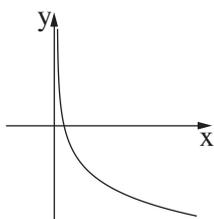
(д) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.

(е) Определите, какой из графиков I–IV в конце вопроса соответствует функции $f(x)$, а какой соответствует производной, $f'(x)$. Обоснуйте свои утверждения.

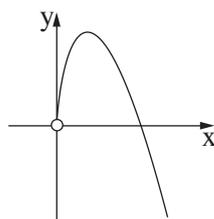
(и) Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком производной $f'(x)$, прямой $x = e$ и осью x .



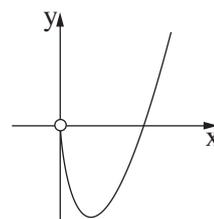
IV



III



II



I

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך.