

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции. Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות. יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Математика

4 единицы обучения – первый вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания

- Продолжительность экзамена: 4 часа 15 минут.
- Строение вопросника и ключ к оценке:
в этом вопроснике три раздела, в которых восемь вопросов. Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия и теория вероятности
Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости
Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих корни.
Вы должны ответить на четыре вопроса по выбору, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела – $4 \times 25 = 100$ баллов.
- Разрешенный вспомогательный материал:
 - Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
 - Листы с формулами (прилагаются).
 - Двуязычный словарь.
- Особые указания:
 - Не переписывайте вопрос; укажите только его номер.
 - Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

הוראות

- משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.
- מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות. פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית והסתברות
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $25 \times 4 = 100$ נקודות.
- חומר עזר מותר בשימוש:
 - מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - דפי נוסחאות (מצורפים).
 - מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.
- הוראות מיוחדות:
 - אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה. תתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Вопросы

Ответьте на четыре из вопросов 1–8, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – 25 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на четыре вопроса, будут проверены только первые четыре ответа в вашей тетради.

Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия и теория вероятности

1. Поселки А и В находятся на расстоянии 12 км друг от друга.

Поселок С расположен посередине между ними (смотрите чертеж).

Итамар и Нир отправились в пешую прогулку в 8:00 .



Итамар шел с постоянной скоростью из поселка А в поселок В .

Нир шел из поселка А в поселок В , и сразу после прибытия в поселок В , он пошел обратно в поселок С .

Скорость, с которой Нир шел в поселок В , была на 2 км/час больше, чем скорость Итамара.

Скорость, с которой Нир шел обратно из поселка В (до поселка С), была равна скорости Итамара.

Итамар пришел в поселок В за полчаса до того, как Нир пришел в поселок С .

(а) Найдите скорость, с которой шел Итамар, если дано, что его скорость меньше 5 км/ч.

(б) Найдите, в котором часу Нир пришел в поселок В .

Когда Нир шел обратно в поселок С , он встретил Итамара.

(в) Найдите, в котором часу встретились Нир и Итамар.

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

4. Треугольник ABC вписан в окружность. Сторона BC – диаметр этой окружности. Точка G находится на продолжении стороны CA , как показано на чертеже.

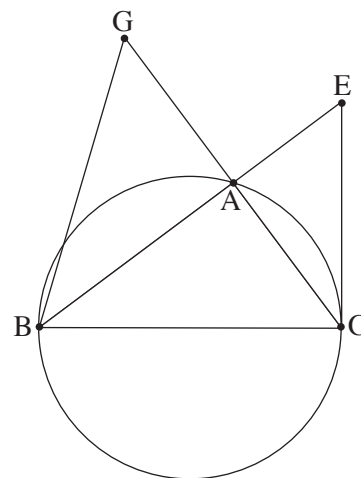
Через точку C провели касательную к этой окружности, которая пересекает продолжение стороны BA в точке E .

Дано: $AC = AG$.

- (а) Докажите: $BG = BC$
- (б) Докажите: $\sphericalangle ECA = \sphericalangle ABG$.
- (в) Докажите: $\triangle ACE \sim \triangle ABG$.

Дано: $AE \cdot AB = 20.25$.

- (г) Найдите длину отрезка AC .



5. Треугольник ABC – это равносторонний треугольник, вписанный в окружность радиусом 19 . Точка D находится на продолжении стороны BC , как показано на чертеже.

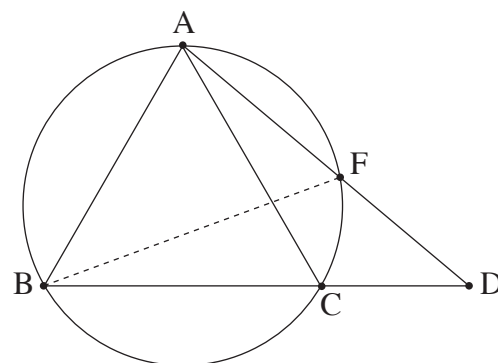
- (а) Найдите длину стороны AC .

Дано: $CD = 18$.

- (б) Найдите длину отрезка AD .
- (в) Найдите величину угла CAD .

Точка F – точка пересечения отрезка AD с данной окружностью.

- (г) Найдите длину хорды BF .
- (д) (1) Какова величина угла FBC ?
- (2) Найдите площадь треугольника FBD .



Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих корни

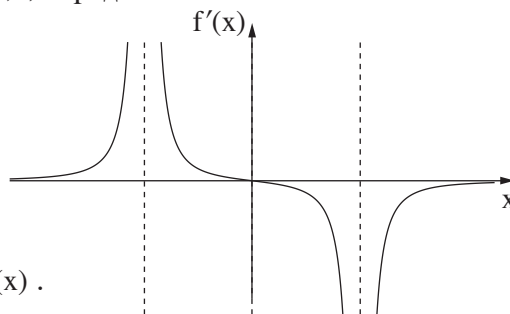
6. Функция $f(x)$ определена в области $x \neq \pm 4$.

На чертеже справа представлен график производной, $f'(x)$, определенной в той же области.

График производной $f'(x)$ пересекает ось x только в точке $(0, 0)$.

(а) Найдите координату x точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.

(б) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$.



Дано, что у функции $f(x)$ есть горизонтальная асимптота, уравнение которой $y = 2$.

Одно из выражений I–III соответствует функции $f(x)$.

I. $\frac{x^2}{x^2 + 16} + 1$

II. $\frac{x^2}{x^2 - 16} + 2$

III. $\frac{x^2}{x^2 - 16} + 1$

(а) Определите, какое из выражений I–III соответствует функции $f(x)$. Обоснуйте свое утверждение.

(б) Найдите координаты точек пересечения функции $f(x)$ с осями координат.

(в) Начертите схематический график функции $f(x)$.

(г) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком производной $f'(x)$, осью x и прямой $x = 2$.

7. Дана функция $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-2x + 10}$.

- (א) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (ב) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
- (ג) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
- (ד) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = f(x) - c$. c – положительный параметр.

Функции $f(x)$ и $g(x)$ определены в одной и той же области.

График функции $g(x)$ касается прямой $y = 20$.

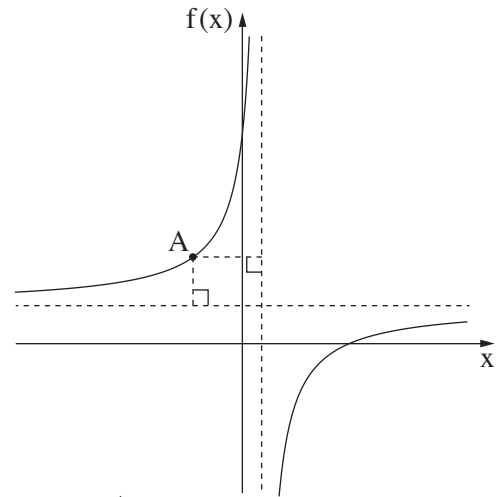
- (ה) Найдите значение c .

8. Справа приведен график функции $f(x) = \frac{9}{1-x} + 2$, определенной для любого $x \neq 1$.

- (א) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$,
перпендикулярных осям координат.

Из точки A , расположенной на графике функции $f(x)$
во втором квадранте, провели перпендикуляры
к асимптотам функции $f(x)$ так, что эти асимптоты
и эти перпендикуляры образуют прямоугольник.

- (ב) Найдите координаты точки A , для которой
периметр этого прямоугольника будет минимальным.
- (ג) Найдите площадь этого прямоугольника для координат точки A ,
найденных вами в пункте (ב).



Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך