

Математика

4 единицы обучения – первый вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

Указания

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
 ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
 בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
 פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
 פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
 פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
 יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
 ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 2. דפי נוסחאות (מצורפים).
 3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.
 ד. הוראות מיוחדות:
 1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
 יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- א. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут.
 б. Строение вопросника и ключ к оценке:
 в этом вопроснике три раздела, в которых восемь вопросов. Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности
 Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости
 Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих корни
 Вы должны ответить на пять вопросов по выбору – $5 \times 20 = 100$ баллов
 в. Разрешенный вспомогательный материал:
 1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
 2. Листы с формулами (прилагаются).
 3. Двухязычный словарь.
 г. Особые указания:
 1. Не переписывайте вопрос; укажите только его номер.
 2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
 כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טיוטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. На чертеже справа изображена окружность, центр которой, M , расположен в четвертом квадранте.

Окружность касается оси x в точке $A(12, 0)$.

Дано: радиус окружности равен 10.

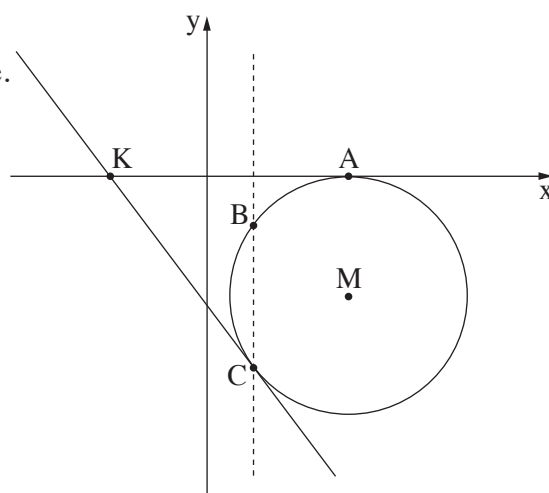
(а) (1) Найдите координаты центра окружности, M .

(2) Запишите уравнение данной окружности.

Данная окружность пересекает прямую $x = 4$

в точках B и C , как показано на чертеже.

(б) Найдите координаты точек B и C .



Прямая, касательная к окружности в точке C , пересекает ось x в точке K (смотрите чертеж).

(в) Найдите координаты точки K .

(г) Найдите уравнение окружности с центром в точке K , которая является касательной к прямой $x = 4$.

(д) (1) Найдите длину KM .

(2) Является ли окружность, уравнение которой вы нашли в пункте (г), касательной к окружности, изображенной на чертеже (с центром M)? Обоснуйте свой ответ.

3. В копилке есть 36 монет: 18 монет достоинством два шекеля,
12 монет достоинством пять шекелей
и 6 монет достоинством десять шекелей.

Случайным образом извлекли из копилки две монеты (не возвращая их).

(а) Какова вероятность того, что обе извлеченные монеты были монетами одинакового достоинства?

(б) Известно, что обе извлеченные монеты были монетами одинакового достоинства. Какова вероятность того, что сумма двух извлеченных монет была больше 5 шекелей?

Все монеты вернули в копилку и добавили в копилку x монет достоинством десять шекелей.

Дано: после добавления вероятность случайным образом извлечь из копилки (не возвращая) две монеты достоинством в пять шекелей равна $\frac{1}{15}$.

(в) Найдите x .

(г) Вероятность случайным образом извлечь из копилки (не возвращая) две монеты одинакового достоинства увеличилась, уменьшилась или осталась без изменения после добавления? Обоснуйте свой ответ.

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

4. Четырехугольник $ABCD$ – трапеция, вписанная в окружность. $AB \parallel DC$.

Касательная к этой окружности в точке A пересекает продолжение стороны CD в точке E (смотрите чертеж).

(а) Докажите: $ABCD$ – равнобедренная трапеция.

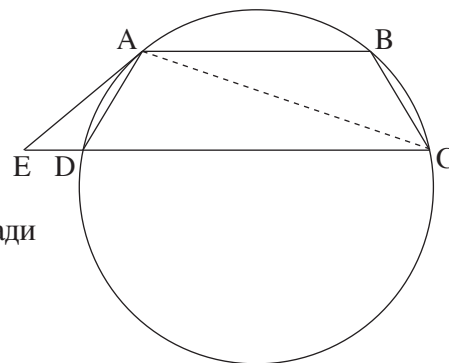
(б) Докажите: $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADE$.

(в) Докажите: $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.

Дано: площадь треугольника ABC в 4 раза больше площади
треугольника ADE ,
 $BC + ED = 15$.

(г) (1) Найдите длину стороны ED .

(2) Найдите длину стороны AB .



5. На чертеже справа изображен треугольник ABC .

Дано: $BC = 1.5AC$,

$\sphericalangle ACB = 51^\circ$,

площадь треугольника ABC равна 21.

(а) Найдите длину стороны AC .

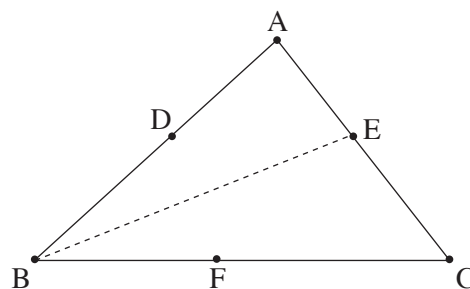
(б) Найдите величину угла ABC .

Дано: точка E – такая точка на стороне AC ,
что BE является биссектрисой ABC .

(в) Найдите длину BE .

Дано: точки D и F – такие точки на сторонах AB и BC , соответственно, что
четырёхугольник $BDEF$ является ромбом.

(г) Найдите длину стороны ромба $BDEF$.



Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих корни

6. Дана функция $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 4} + a$. a – параметр.

(а) Найдите область определения функции $f(x)$.

(б) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип (при необходимости выразите при помощи a).

Дано, что точка минимума функции $f(x)$ находится на оси x .

(в) Найдите a .

Подставьте значение a , которое вы нашли в пункте (в), в функцию $f(x)$

и ответьте на вопросы пунктов (г)–(и).

(г) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, перпендикулярных осям координат (если таковые существуют).

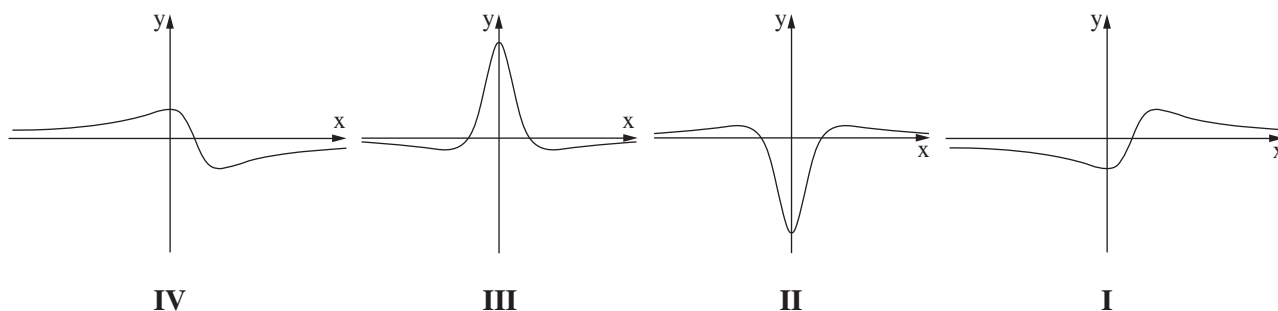
(д) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = 3 \cdot f(x)$.

(е) (1) Один из графиков I–IV в конце этого вопроса описывает функцию производной $g'(x)$.

Определите, который из них, и обоснуйте свой ответ.

(2) Найдите площадь фигуры, заключенной между графиком функции производной $g'(x)$, прямой $x = 1$ и осями координат.



7. Дана функция $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{4x + 20}$.

- (א) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (ב) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
- (ג) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
- (ד) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = f(x) + c$. c – параметр.

Дано, что прямая $y = 12$ касается графика функции $g(x)$.

- (ה) Найдите c (укажите два возможных значения).

8. На чертеже справа изображена часть графика функции $f(x) = 1 - \frac{2}{x}$ в области $x > 0$.

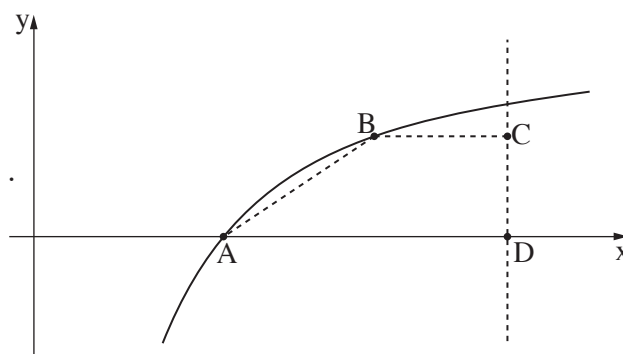
График функции $f(x)$ пересекает ось x в точке A .

Точка B находится на графике функции $f(x)$

в первом квадранте, слева от прямой $x = 5$.

Из точки B проводят прямую, параллельную оси x и пересекающую прямую $x = 5$ в точке C .

Дано: $D(5, 0)$.



- (א) Найдите координаты точки A .

Обозначим координату x точки B через t .

- (ב) Выразите с помощью t координаты точек B и C .
- (ג) Найдите координаты точки B , для которой площадь трапеции $ABCD$ является максимальной.
- (ד) Покажите, что максимальная площадь трапеции $ABCD$ равна 1.

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך