

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции. Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות. יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Математика

4 единицы обучения – первый вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания

- Продолжительность экзамена: 4 часа 15 минут.
- Строение вопросника и ключ к оценке:
в этом вопроснике три раздела, и в них восемь вопросов.
Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия и теория вероятности
Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости
Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих корни.
Вы должны ответить на четыре вопроса, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела – $4 \times 25 = 100$ баллов.
- Разрешенный вспомогательный материал:
 - Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
 - Листы с формулами (прилагаются).
 - Двуязычный словарь.
- Особые указания:
 - Не переписывайте вопрос; укажите только его номер.
 - Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

הוראות

- משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.
- מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $4 \times 25 = 100$ נקודות.
- חומר עזר מותר בשימוש:
 - מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - דפי נוסחאות (מצורפים).
 - מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.
- הוראות מיוחדות:
 - אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה. כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Вопросы

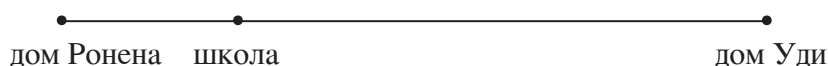
Ответьте на четыре из вопросов 1–8, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – 25 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на четыре вопроса, будут проверены только первые четыре ответа в вашей тетради.

Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия и теория вероятности

1. Школа, в которой учатся Уди и Ронен, находится между их домами, как показано на чертеже, приведенном ниже.

Расстояние между домом Уди и школой равно 4.5 км, а расстояние между домом Ронена и школой равно 1.5 км.



Однажды утром Уди и Ронен отправились каждый из своего дома в школу на велосипедах. Они выехали в одно и то же время, и каждый из них ехал с постоянной скоростью. Скорость, с которой ехал Уди, была на 4 км/ч больше скорости, с которой ехал Ронен. Уди приехал в школу через 12 минут после того, как приехал в школу Ронен.

(а) Найдите скорость, с которой ехал Ронен, если дано, что его скорость меньше 6 км/ч.

В это утро Уди и Ронен выехали из дома в 7:50. Ронен приехал в школу за 2 минуты до начала учебного дня.

(б) Найдите, в котором часу начался учебный день.

2. В треугольнике ABC вершина A лежит на оси y .

Сторона AB пересекает отрицательную часть оси x в точке D (смотрите чертеж).

Дано, что уравнение прямой AC : $y = 3x - 3$,

а уравнение прямой BC : $y = \frac{1}{2}x + 9\frac{1}{2}$.

(а) Найдите координаты вершин A и C .

Дано, что длина отрезка CD равна 15 .

(б) Найдите координаты точки D .

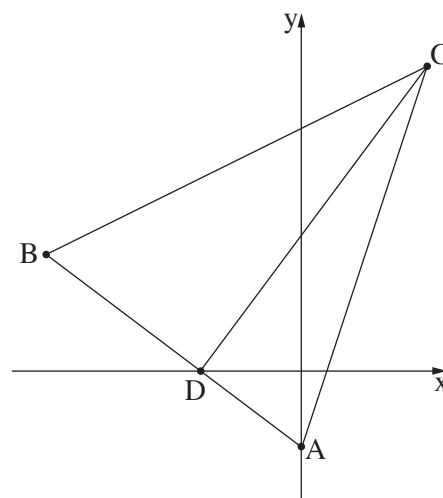
(в) Докажите, что треугольник ADC – прямоугольный.

Точка M – центр окружности, описанной вокруг
треугольника ADC .

(г) Является ли сторона BC касательной к данной окружности? Обоснуйте свой ответ.

Известно, что отрезок BM параллелен оси x .

(д) Вычислите площадь треугольника BMC .



3. В многоквартирном доме есть два вида квартир: квартиры, которые выходят окнами на парк, и квартиры, которые выходят окнами на дорогу.

Вероятность того, что квартира в этом доме выходит окнами на парк, равна $\frac{3}{4}$.

Часть квартир в этом доме отремонтирована, а остальные не отремонтированы.

Число отремонтированных квартир больше в 4 раза числа неотремонтированных квартир.

28% квартир, которые выходят окнами на дорогу, отремонтированы.

(а) Случайным образом выбирают квартиру из всех квартир, расположенных в этом доме.

(1) Какова вероятность выбрать отремонтированную квартиру?

(2) Какова вероятность выбрать квартиру, которая и выходит окнами на дорогу, и отремонтирована?

(б) Случайным образом выбирают квартиру из неотремонтированных квартир.

Какова вероятность того, что эта квартира выходит окнами на дорогу?

35 квартир в этом доме и выходят окнами на дорогу, и отремонтированы.

(в) Найдите, сколько квартир в этом доме и выходят окнами на парк, и отремонтированы.

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

4. Треугольник ABD вписан в окружность с центром O .

AB – диаметр этой окружности.

Отрезок CB касается окружности в точке B ,

а отрезок CD касается окружности в точке D .

Точка E – середина стороны AD .

(а) Докажите, что $\triangle AOD \sim \triangle BCD$.

(б) Докажите, что $DB = 2EO$.

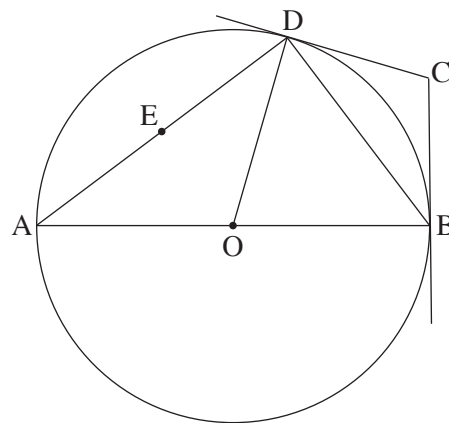
Дано: площадь треугольника AOD в $\frac{16}{9}$ раз больше площади треугольника BCD .

(в) Найдите отношение $\frac{AD}{EO}$.

Дано: $EO = 3$.

(г) (1) Вычислите площадь треугольника AOD .

(2) Вычислите площадь четырехугольника $ABCD$.



5. На приведенном ниже чертеже представлены два треугольника, имеющие общую сторону: равнобедренный треугольник BCD , в котором $BD = BC$, и треугольник ABC .

Дано: сторона BC в 2 раза больше стороны AB , $\sphericalangle BAC = 50^\circ$.

(а) Найдите величину угла ACB .

Дано: площадь треугольника ABC равна 16.

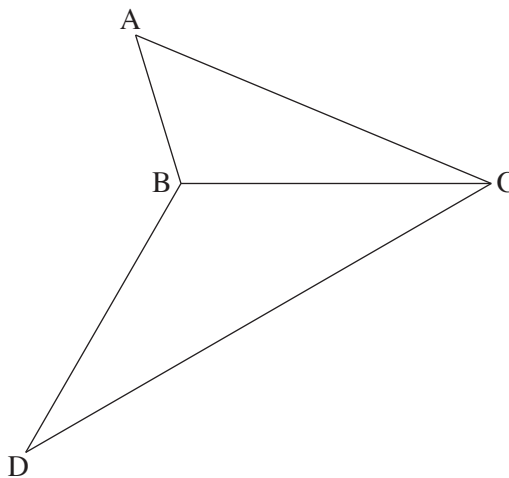
(б) Найдите длину стороны CB .

Дано: $DC = 14$.

(в) Найдите величину угла DBC .

Точка E – середина стороны BC .

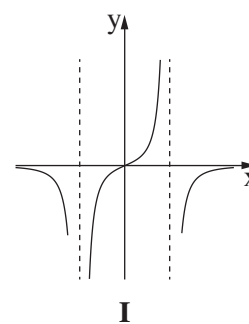
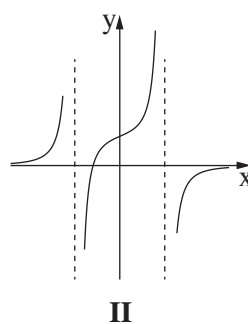
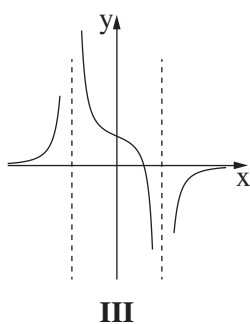
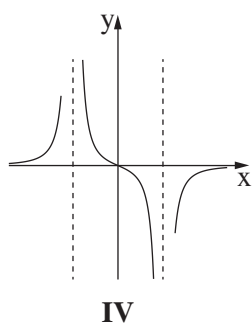
(г) Найдите длину радиуса окружности, описанной вокруг треугольника DBE .



**Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов,
рациональных функций и функций, содержащих корни**

6. Дана функция $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 9} + 4$.

- (к) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (2) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, перпендикулярных осям координат.
- (д) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.
- (с) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
- (т) Начертите схематический график функции $f(x)$.
- (н) Определите, который из графиков I–IV, приведенных в конце вопроса, соответствует производной, $f'(x)$. Обоснуйте свой ответ.
- (и) Для каждого из приведенных ниже высказываний (1)–(2) определите, верно оно или неверно. Обоснуйте свои утверждения.
 - (1) В любой точке области $x > 3$ угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)$ является положительным.
 - (2) В любой точке области $x < -3$ угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)$ является положительным.



7. Дана функция $f(x) = \sqrt{5 - 2x} + bx$, $b > 0$ – параметр.

Известно, что график функции $f(x)$ пересекает ось x в точке $(-10, 0)$.

(а) Найдите значение b .

Подставьте $b = \frac{1}{2}$ в функцию $f(x)$ и ответьте на пункты (б)–(г).

(б) Найдите область определения функции $f(x)$.

(в) Найдите координаты точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью y .

(г) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

(д) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x)$, для которой выполняется $g'(x) = -f(x)$. Функции $f(x)$ и $g(x)$ имеют одну и ту же область определения.

(е) Найдите координату x внутренней точки экстремума функции $g(x)$ и определите ее тип.

Обоснуйте свой ответ.

8. Дана функция $f(x) = \frac{48}{x^2} + 1$.

Дана точка A , координаты которой $(0, -2)$.

Точки B и C лежат на графике функции $f(x)$,
как показано на чертеже.

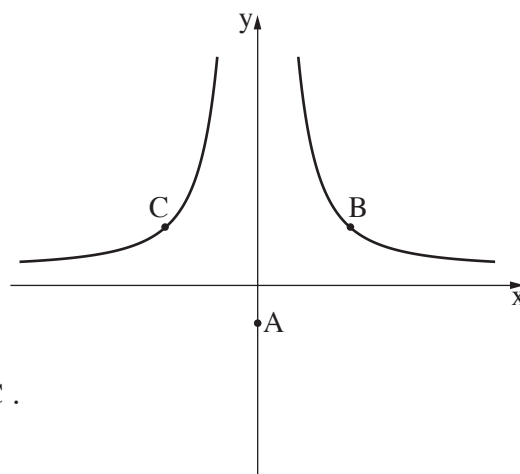
Прямая BC параллельна оси x .

Обозначим как t координату x точки B , $t > 0$.

(а) Выразите с помощью t координаты точек B и C .

(б) Найдите значение t , при котором площадь
треугольника ABC будет минимальной.

(в) Для значения t , найденного вами в пункте (б), найдите периметр треугольника ABC .



Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך