

Математика

4 единицы обучения – первый вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания

а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

в этом вопроснике три раздела, и в них восемь вопросов.

Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

Раздел третий – дифференциальное и интегральное

исчисление полиномов, рациональных функций и

функций, содержащих знаки корня

Вы должны ответить на пять вопросов, по меньшей мере

на один вопрос из каждого раздела – $5 \times 20 = 100$ баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора).

3. Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и по порядку. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות. פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור. פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
3. יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה. כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Вопросы

Ответьте на пять из вопросов 1–8, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на пять вопросов, будут проверены только первые пять из ответов в вашей тетради.

Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности

1. В воскресенье Дани и Ариэль вышли каждый из своего дома и начали идти навстречу друг другу.

Дани шел с постоянной скоростью 6 км/час, а Ариэль шел с постоянной скоростью 8 км/час.

Дани вышел из своего дома в 8:00 утра, а Ариэль вышел из своего дома в 8:30 утра.

Они встретились на середине расстояния между своими домами.

(*) Найдите расстояние между домом Дани и домом Ариэля.

(*) Найдите, в котором часу Дани и Ариэль встретились.

В понедельник Дани и Ариэль вышли каждый из своего дома в одно и то же время и начали идти навстречу друг другу.

Дани шел с постоянной скоростью, которая отличалась от скорости, с которой он шел в воскресенье, а Ариэль шел с той же постоянной скоростью, с которой он шел в воскресенье.

Дани дошел до дома Ариэля на 20 минут позже, чем Ариэль дошел до дома Дани.

(*) Найдите скорость, с которой Дани шел в понедельник.

(*) Сколько времени прошло с момента, в который Дани и Ариэль отправились в путь в понедельник, и до того момента, когда расстояние между ними было 5 км (до их встречи)?

2. Четырехугольник ABCD на чертеже справа является дельтоидом [דלתא].

$$BA = BC, DA = DC.$$

Диагонали дельтоида пересекаются в точке E.

Дано: $C(1, -1)$, $A(-7, 3)$,

вершина B располагается на оси y,

а вершина D располагается в третьем квадранте.

(*) (1) Найдите уравнение диагонали BD.

(2) Найдите координаты вершины B.

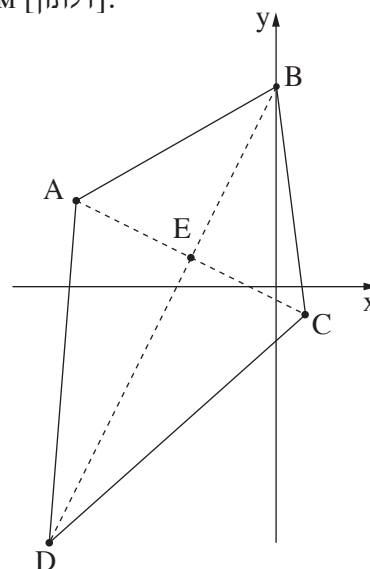
Дано: площадь дельтоида ABCD равна 80.

(*) Найдите длину диагонали BD.

Оставьте в своем ответе знак корня.

(*) Найдите координаты вершины D.

(*) Найдите уравнение окружности с центром в точке A, касательной к которой является прямая BD. Объясните свой ответ.



3. Часть жителей одной деревни в Китае – вегетарианцы, а остальные жители деревни – веганы.

Вероятность того, что житель этой деревни является вегетарианцем, на 0.2 больше вероятности того, что он является веганом.

80% жителей этой деревни едят только палочками, а остальные жители деревни едят только вилкой и ножом.

25% жителей деревни, которые едят вилкой и ножом, являются вегетарианцами.

Случайным образом выбирают жителя этой деревни.

(*) Какова вероятность того, что выбранный житель является вегетарианцем, который ест палочками?

(*) (1) Какова вероятность того, что выбранный житель деревни является вегетарианцем **или** ест палочками?

(2) Известно, что выбранный житель является вегетарианцем **или** ест палочками.

Какова вероятность того, что этот житель деревни является вегетарианцем, который ест палочками?

Дано, что всего в деревне живут 60 человек.

(*) Случайным образом выбирают двух жителей деревни, одного за другим (не возвращая).

Какова вероятность того, что оба выбранных жителя деревни являются вегетарианцами, которые едят палочками?

Дайте ответ с точностью до 3 цифр после десятичного знака или запишите его в виде

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

4. Четырехугольник $ABCD$ является прямоугольником.

Точка E расположена на продолжении стороны CB ,
как показано на чертеже справа.

Отрезок DE пересекает сторону AB в точке F .

(*) Докажите: $\triangle AFD \sim \triangle BFE$.

Дано, что площадь треугольника AFD в 9 раз больше площади
треугольника BFE .

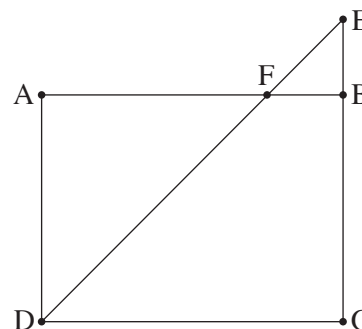
(*) Найдите соотношение: $\frac{AF}{FB}$.

Дано: $EB = 4$,

площадь прямоугольника $ABCD$ равна 192.

(*) (1) Найдите длину стороны CB .

(2) Найдите длину радиуса окружности, описанной вокруг треугольника DCE .



5. На чертеже справа изображены два треугольника:

треугольник ADC , все углы которого острые,

и равнобедренный треугольник ABC , в котором $BC = BA$.

Дано: площадь треугольника ABC равна 113,

$\sphericalangle ABC = 50^\circ$.

(*) Найдите длину стороны AB .

(*) Найдите длину стороны AC .

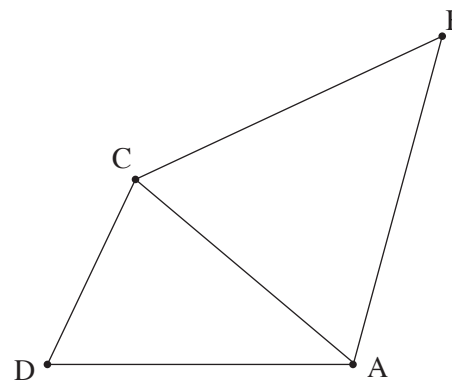
Дано: радиус окружности, описывающей треугольник ADC , равен 8.

(*) Найдите величину угла ADC .

Дано: $AD = 15$.

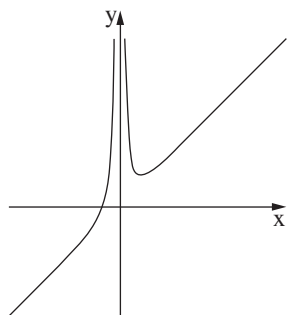
(*) Найдите величину угла CAD .

(*) Найдите длину BD .

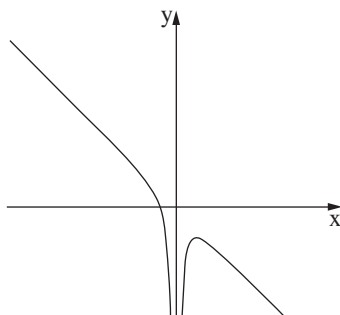


**Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов,
рациональных функций и функций, содержащих знаки корня**

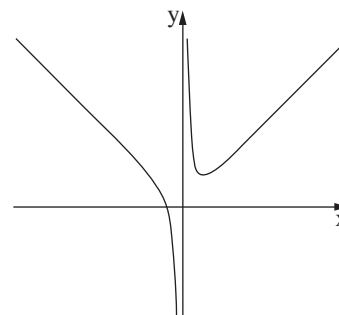
6. Дана функция $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$.
- (א) Какова область определения функции $f(x)$?
 - (ב) Найдите координаты точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .
Дайте ответ с точностью до 2 цифр после десятичного знака [נקודה שרונית].
 - (ג) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.
 - (ד) Один из графиков I–III в конце вопроса соответствует функции $f(x)$.
Определите, какой из них, и обоснуйте свой ответ.
 - (ה) Вычислите площадь фигуры, заключенной между графиком функции $f(x)$, прямой $x = 1$,
прямой $x = 2$ и осью x .



III



II



I

7. Дана функция $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \sqrt{2x + b}$, b – параметр.

Известно, что график функции $f(x)$ пересекает ось x только в точке $(8, 0)$.

(א) Найдите b .

Подставьте $b = 9$ и ответьте на вопросы пунктов (ב)–(ד).

(ב) Найдите область определения функции $f(x)$.

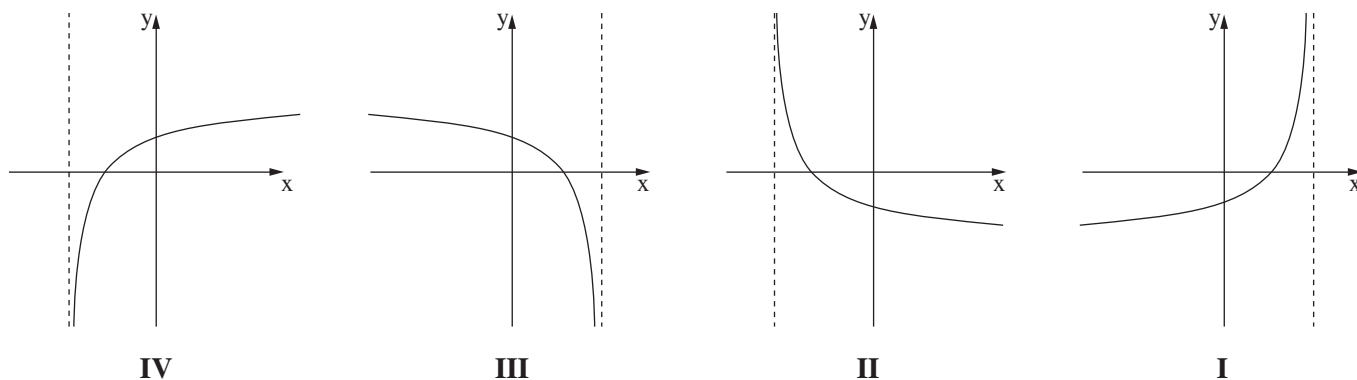
(ג) (1) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

(2) Найдите координаты точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью y .

(3) Начертите схематический график функции $f(x)$.

(ד) Один из графиков I–IV в конце вопроса соответствует функции производной $f'(x)$.

Определите, какой из них, и обоснуйте свой ответ.

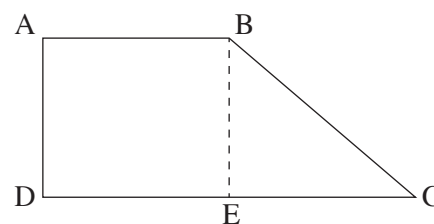


8. Четырехугольник $ABCD$ – это прямоугольная трапеция, $AB \parallel DC$ (смотрите чертеж).

Высота трапеции BE делит **пополам** основание DC .

Площадь трапеции равна $12\sqrt{2}$.

Обозначим через x длину стороны AB .



(א) Выразите при помощи x длину высоты трапеции.

(ב) Найдите x , для которого сумма квадратов боковых сторон трапеции ($AD^2 + BC^2$) будет минимальной.

(ג) Возможно ли, что сумма квадратов боковых сторон этой трапеции равна 30? Обоснуйте свой ответ.

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך.