

Государство Израиль

Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: лето 2023 года

Номер вопросника: 035472

Приложение: листы с формулами

для уровня в 4 единицы обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תשפ"ג, 2023

מספר השאלון: 035472

נספח: דפי נוסחאות

ל-4 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

תוכנית חדשה

Математика

מתמטיקה

4 единицы обучения – второй вопросник

4 יחידות לימוד – שאלון שני

Указания

הוראות

а. Продолжительность экзамена: 1 час 45 минут.

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

В этом вопроснике два раздела, и в них пять вопросов.
Раздел первый – геометрия в пространстве, статистика
Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное
и интегральное исчисление показательных и
логарифмических функций

בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה במרחב, סטטיסטיקה
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי
ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

Вы должны ответить на три вопроса, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ баллов.

יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Двухязычный словарь.

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

г. Особые указания:

ד. הוראות מיוחדות:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и по порядку. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל פעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה. כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טיוטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Желаем успеха!

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание: объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно. Недостаточно подробное объяснение может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Ответьте на три из вопросов 1–5, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены первые три из ответов в вашей тетради.

Раздел первый – геометрия в пространстве, статистика

1. В треугольной пирамиде $ABCD$ ребра AD , BD и CD перпендикулярны друг другу (смотрите чертеж).

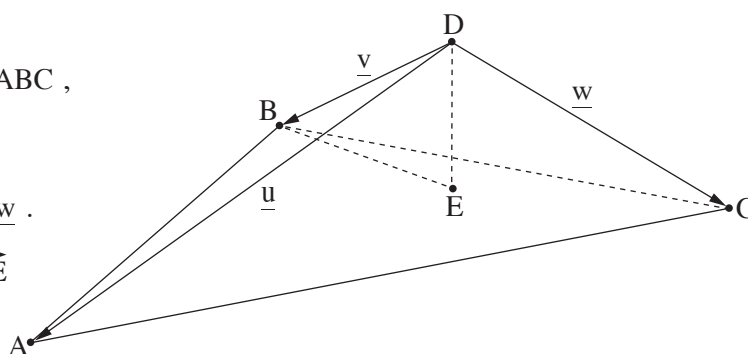
Точка E располагается на плоскости ABC ,

и выполняется: $\vec{BE} = \frac{1}{9}\vec{BA} + \frac{4}{9}\vec{BC}$.

Обозначим: $\vec{DA} = \underline{u}$, $\vec{DB} = \underline{v}$, $\vec{DC} = \underline{w}$.

(\times) Выразите векторы \vec{BA} , \vec{BC} , \vec{DE}

при помощи \underline{u} , \underline{v} и \underline{w} .



Дано: $|\underline{v}| = |\underline{w}| = 1$, $|\underline{u}| = 2$.

(α) (1) Вычислите длины ребер BA и BC .

(2) Вычислите величину угла ABC .

(3) Вычислите площадь треугольника ABC .

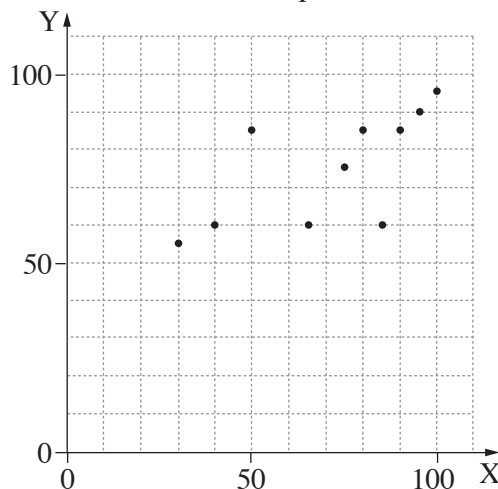
(β) Докажите, что вектор \vec{DE} перпендикулярен плоскости ABC .

(γ) Вычислите объем пирамиды $ABCD$.

2. Ученики 12 класса должны были написать работу и сдать ее. Оценка, которую они получили за работу, учитывалась при подсчете итоговой оценки каждого ученика.

Учительница решила проверить связь между оценкой за работу и итоговой оценкой; для этого она начертила диаграмму рассеяния двух оценок: X – оценка за работу, Y – итоговая оценка.

Полученная диаграмма представлена ниже на чертеже.



(א) Можно ли на основании данной диаграммы заключить, что каждый ученик, получивший более высокую оценку за работу, чем другой ученик, **обязательно** получил более высокую итоговую оценку, чем тот другой ученик? Обоснуйте свой ответ.

(ב) Одно из представленных ниже чисел является коэффициентом корреляции [מקדם הקורלציה], соответствующим связи между двумя переменными.

Определите, которое из этих чисел: 0.675 , 0 , 0.999 , -0.8 , 1.6 .

Даны средние значения [מוצאם] и средние квадратичные отклонения [סטיות התקן] двух этих переменных: $\bar{X} = 71$, $S_X = 23$, $\bar{Y} = 75$, $S_Y = 14$.

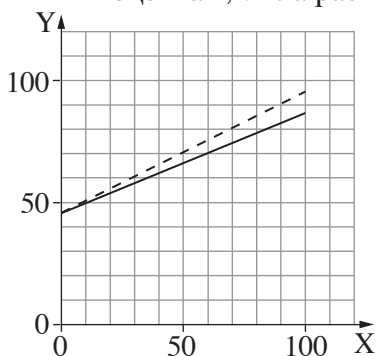
(ג) Найдите уравнение прямой регрессии для предсказания итоговой оценки согласно оценке за работу.

Было решено повысить итоговую оценку каждого ученика на 5 баллов, и вследствие этого повышения была получена новая прямая регрессии.

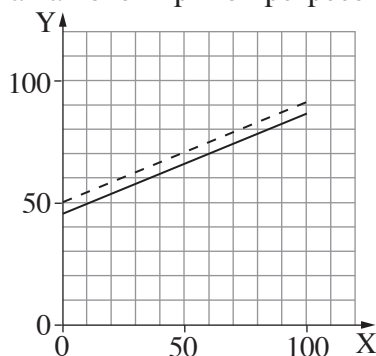
(ד) (1) Изменилось ли среднее квадратичное отклонение S_Y после повышения оценок?

(2) Один из графиков I–III , приведенных в конце вопроса, соответствует старой прямой, до повышения итоговой оценки (сплошная линия), и новой прямой, после повышения (пунктирная линия). Определите, который из графиков, и обоснуйте свой ответ.

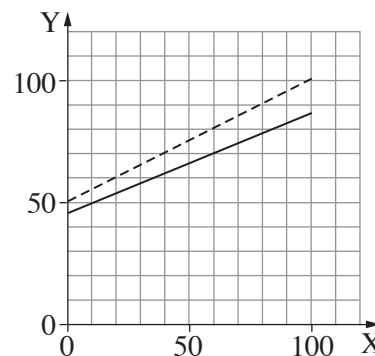
(ה) Если в классе есть ученик, который получил за работу оценку 71 , какова должна быть его итоговая оценка (после повышения оценок), чтобы точка, соответствующая двум его оценкам, была расположена на новой прямой регрессии?



III



II



I

Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное и интегральное исчисление показательных и логарифмических функций

3. В коммерческом банке есть два типа долга: долг банка клиенту (когда клиент вкладывает деньги в банк) и долг клиента банку (когда банк дает деньги клиенту в долг). В одном коммерческом банке, когда банк должен деньги клиенту, он платит клиенту 1.5% от величины долга каждый год.

В начале 2023 года Даня вложил в банк 10 000 шекелей.

- (к) Какая из приведенных ниже функций 1–4 описывает размер долга банка Дане по годам (t)?

(1) $f(t) = 10\,000 \cdot 1.015^t$

(2) $f(t) = 10\,150 \cdot 1.02^t$

(3) $f(t) = 10\,150 \cdot 2^t$

(4) $f(t) = 10\,000 \cdot 1.5^t$

- (а) Сколько денег банк будет должен Дане через 20 лет со дня, когда Даня вложил деньги?

Когда этот банк дает деньги клиенту в долг, он берет с него 15% от величины долга каждый год.

В начале 2023 года Яэль взяла в долг у банка 1 000 шекелей.

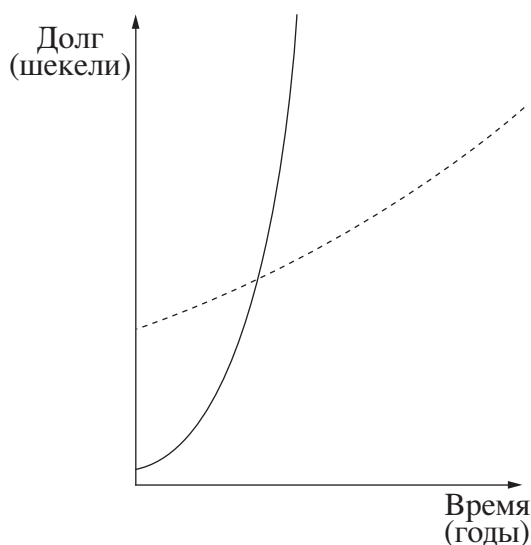
- (б) Найдите функцию $g(t)$, описывающую величину долга Яэль банку по годам (t).

- (г) На чертеже в конце вопроса представлены графики функции $f(t)$ и функции $g(t)$.

Какая функция соответствует пунктирной линии? Обоснуйте свой ответ.

В начале каждого года банк проверяет свой баланс: сколько денег клиенты должны ему и сколько денег он должен своим клиентам.

- (д) В начале какого года выяснится, что банк должен Дане меньше, чем Яэль должна банку?



4. Дана функция $f(x) = e^x \cdot (e^x - 6)^2$, определенная для любого x .

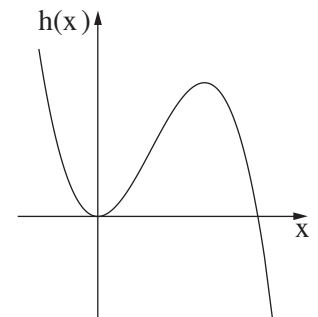
- (א) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
- (ב) Покажите, что выполняется: $f(x) = e^{3x} - 12e^{2x} + 36e^x$.
- (ג) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
- (ד) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = e^{3x}$, которая возрастает для любого x .

- (ה) (1) Найдите координаты точки пересечения графика функции $f(x)$ с графиком функции $g(x)$.
- (2) В той же системе координат, в которой вы начертили график функции $f(x)$, начертите пунктиром схематический график функции $g(x)$.
- (3) Найдите площадь фигуры, заключенной между графиком функции $f(x)$, графиком функции $g(x)$ и осью y .

5. На чертеже справа изображен график функции $h(x) = -2x^3 + 6x^2$, определенной для любого x .

- (א) (1) Найдите координаты точек пересечения графика функции $h(x)$ с осью x .
- (2) Воспользуйтесь графиком и найдите области положительных и отрицательных значений функции $h(x)$.



Дана функция $f(x) = \ln(-2x^3 + 6x^2)$.

- (ב) Воспользуйтесь своим ответом на вопрос подпункта (א)-(2) и найдите область определения функции $f(x)$.
- (ג) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, перпендикулярных оси x .
- (ד) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.

Дана функция $g(x) = -f(x) + 4$ с той же областью определения, что и функция $f(x)$.

- (ה) Каковы координаты точки экстремума функции $g(x)$ и каков ее тип?

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך