

Государство Израиль

Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: лето 2023 года

Номер вопросника: 035471

Приложение: листы с формулами

для уровня в 4 единицы обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תשפ"ג, 2023

מספר השאלון: 035471

נספח: דפי נוסחאות

ל-4 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

תוכנית חדשה

Математика

4 единицы обучения – первый вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания

а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

в этом вопроснике три раздела, и в них восемь вопросов.

Раздел первый – последовательности, статистика, теория вероятности

Раздел второй – геометрия

Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня

Вы должны ответить на пять вопросов, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела $5 \times 20 = 100$ баллов.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.

Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и по порядку.

Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות
פרק שני – גאומטריה

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה;

יש לסמן את מספרה בלבד.

2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת

מחשבון. יש להסביר את כל פעולות, כולל

חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או

לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Желаем успеха!

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание: подробно и ясно объясняйте все ваши действия, включая вычисления.
Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Ответьте на пять из вопросов 1–8, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на пять вопросов, будут проверены только первые пять из ответов в вашей тетради.

Раздел первый – последовательности, статистика, теория вероятности

1. В бассейне "Волны радости" проходят тренировки перед заплывом "100 метров вольным стилем".

Рекорд, установленный в таком заплыве в прошлом – 51 секунда.

Большая группа пловцов тренируется перед этим заплывом.

Время заплыва пловцов этой команды распределяется согласно нормальному закону со средним значением 57 секунд и средним квадратичным отклонением [ןקל ת״ס] 2 секунды.

Случайным образом выбирают пловца из этой группы.

(**א**) Какова вероятность того, что выбранный пловец побьет рекорд, поставленный в прошлом (проплывет дистанцию за время, более короткое, чем рекордное)?

В бассейне тренируются две группы:

группа из 150 пловцов, среднее время заплыва которых 57 секунд,

группа из 150 пловцов, среднее время заплыва которых 58 секунд,

(**ב**) Каково среднее время заплыва всех 300 пловцов?

Дано, что время заплыва всех 300 пловцов распределяется согласно нормальному закону и что время заплыва 50 из 300 пловцов менее 54 секунд.

(**ג**) Каково среднее квадратичное отклонение времени заплыва всех 300 пловцов?

Случайным образом выбирают пловца из всех 300 пловцов.

(**ד**) Какова вероятность того, что выбранный пловец побьет рекорд, поставленный в прошлом?

2. Ученые изучали связь между весом мыши (Y в граммах) и весом ее дневной порции еды (X в граммах).

Они исследовали десять мышей. Вес этих мышей и вес дневной порции еды каждой мыши представлены в таблице:

Вес дневной порции еды (X в граммах)	1	2	3	3	3	4	4	4	5	5
Вес мыши (Y в граммах)	12	13	14	15	16	20	22	24	28	30

Дано, что средний вес дневной порции еды равен 3.4 грамма.

- (א) Покажите, что среднее квадратичное отклонение $[\sigma]$ веса дневной порции еды равно 1.2 грамма.

Дано, что средний вес десяти мышей равен 19.4 грамма, а среднее квадратичное отклонение веса мышей равно 6.086 грамма.

- (ב) Даны 4 различных числа: 0, -0.123 , 0.923 , 1. Одно из этих чисел является коэффициентом корреляции $[r]$ между весом мыши и весом дневной порции ее еды. Выберите число, которое является коэффициентом корреляции, и обоснуйте свой выбор (нет необходимости в вычислениях).
- (ג) Найдите уравнение прямой регрессии для предсказания веса мышей согласно весу дневной порции их еды.

Через некоторое время выяснилось, что весы, на которых взвешивали мышей, были не откалиброваны и необходимо уменьшить вес каждой мыши на 2 грамма (весы, на которых взвешивали дневную порцию еды, были откалиброваны).

- (ד) Каким будет уравнение новой прямой регрессии после внесения исправления в вес мышей?
- (ה) Согласно уравнению прямой регрессии, которое вы нашли в пункте (ד), каков предсказанный вес мыши, дневная порция еды которой весит 3.5 грамма?

3. В большом университете изучали связь между академическими успехами студентов университета и их оценками в аттестате зрелости.

20% студентов закончили школу с отличием, а остальные получили обычные оценки.

Из студентов, закончивших школу с отличием, 80% добились больших успехов в университете.

Из студентов, которые закончили школу с обычными оценками, 25% добились больших успехов в университете.

- (א) Случайным образом выбирают студента университета. Какова вероятность того, что он добился больших успехов в университете?
- (ב) Случайным образом выбирают студента, который добился больших успехов в университете. Какова вероятность того, что он закончил школу с обычными оценками?
- (ג) Ниже приведены два утверждения, (1)–(2), которые были опубликованы в прессе. Определите для каждого из них, верно ли оно, и обоснуйте свой ответ.
- (1) Из студентов, которые добились больших успехов в университете, большинство (более 50%), закончили школу с отличием.
- (2) Из студентов, которые **не** добились больших успехов в университете, большинство (более 50%), закончили школу с обычными оценками.
- (ד) Рут и Инбаль – студентки университета, которые закончили школу с обычными оценками. Какова вероятность того, что в точности одна из них добилась больших успехов в университете?

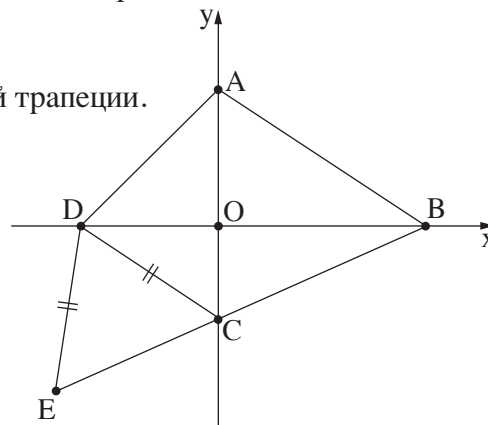
Раздел второй – геометрия

4. Четырехугольник $ABCD$ – трапеция ($AB \parallel CD$), все вершины которой лежат на осях координат, как показано на чертеже справа.

Точка начала координат O – пересечение диагоналей этой трапеции.

Дано: $AO = OD$, $A(0, 6)$.

Известно, что площадь треугольника ABD равна 45.



- (⌘) (1) Найдите длину стороны BD .
- (2) Найдите координаты вершин B и D .
- (⚡) Найдите уравнение стороны CD .
- (⌘) (1) Найдите величину угла OBC .
- (2) Найдите величину угла ABC .

Точка E располагается на продолжении стороны BC , и дано, что $DE = DC$ (смотрите чертеж).

- (⌘) Найдите периметр треугольника CDE .

5. Треугольник ABC вписан в окружность с центром M .

Сторона AC – диаметр этой окружности.

Эта окружность касается оси y в точке C

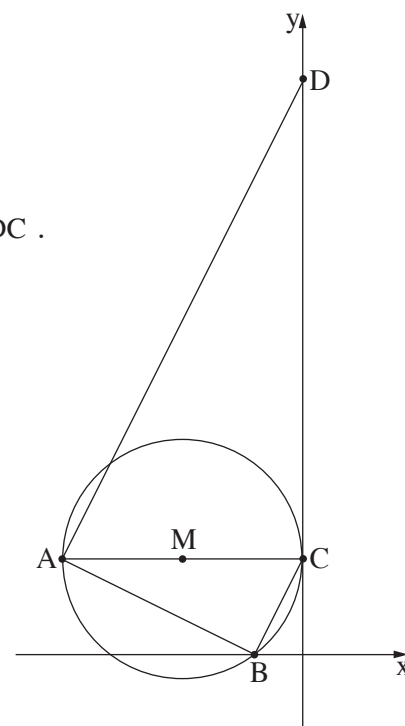
и пересекает ось x в точке B , как показано на чертеже.

Точка D располагается на оси y , и известно, что $\sphericalangle BAC = \sphericalangle ADC$.

- (⌘) Докажите: $\triangle ABC \sim \triangle DCA$.
- (⚡) Верно ли, что $BC \parallel AD$? Обоснуйте свой ответ.

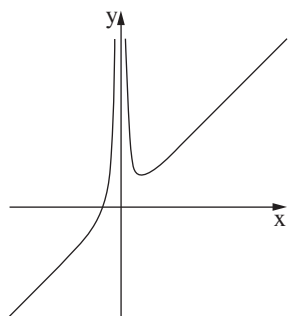
Дано: $B(-2, 0)$, $C(0, 4)$.

- (⌘) (1) Найдите уравнение стороны AB .
- (2) Найдите координаты вершины A .
- (3) Найдите уравнение этой окружности.
- (⌘) (1) Найдите коэффициент подобия [יחס הדמיון] между треугольником ABC и треугольником DCA .
- (2) Найдите площадь четырехугольника $ABCD$.

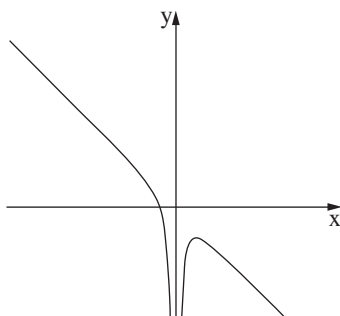


**Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов,
рациональных функций и функций, содержащих знаки корня**

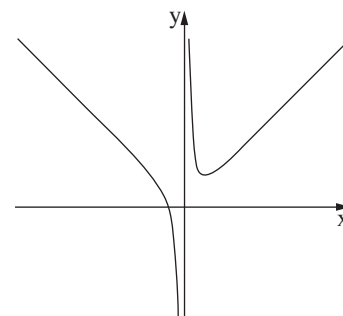
6. Дана функция $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$.
- (א) Какова область определения функции $f(x)$?
 - (ב) Найдите координаты точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .
Дайте ответ с точностью до 2 цифр после десятичного знака [נקודת שרונה].
 - (ג) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.
 - (ד) Один из графиков I–III в конце вопроса соответствует функции $f(x)$.
Определите, какой из них, и обоснуйте свой ответ.
 - (ה) Вычислите площадь фигуры, заключенной между графиком функции $f(x)$, прямой $x = 1$,
прямой $x = 2$ и осью x .



III



II



I

7. Дана функция $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \sqrt{2x + b}$, b – параметр.

Известно, что график функции $f(x)$ пересекает ось x только в точке $(8, 0)$.

(א) Найдите b .

Подставьте $b = 9$ и ответьте на вопросы пунктов (ב)–(ז).

(ב) Найдите область определения функции $f(x)$.

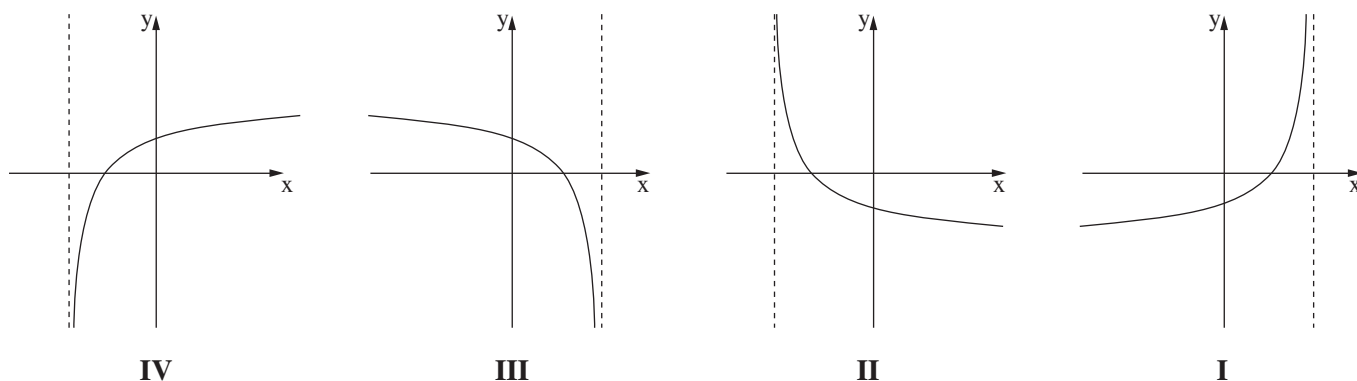
(ג) (1) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

(2) Найдите координаты точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью y .

(3) Начертите схематический график функции $f(x)$.

(ז) Один из графиков I–IV в конце вопроса соответствует функции производной $f'(x)$.

Определите, какой из них, и обоснуйте свой ответ.

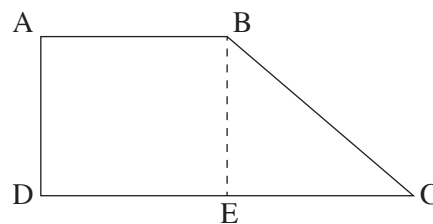


8. Четырехугольник $ABCD$ – это прямоугольная трапеция, $AB \parallel DC$ (смотрите чертеж).

Высота трапеции BE **делит пополам** основание DC .

Площадь трапеции равна $12\sqrt{2}$.

Обозначим через x длину стороны AB .



(א) Выразите при помощи x длину высоты трапеции.

(ב) Найдите x , для которого сумма квадратов боковых сторон трапеции ($AD^2 + BC^2$) будет минимальной.

(ג) Возможно ли, что сумма квадратов боковых сторон этой трапеции равна 30? Обоснуйте свой ответ.

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך.