

Математика

3 единицы обучения – третий вопросник

מתמטיקה

3 יחידות לימוד – שאלון שלישי

Указания

- а. Продолжительность экзамена: 2 часа.
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:
В этом вопроснике шесть вопросов по следующим темам:
алгебра, дифференциальное и интегральное исчисление.
Вы должны ответить на четыре вопроса –
за каждый вопрос 28 баллов.
Общее количество баллов не превысит 100.
- в. Разрешенный вспомогательный материал:
1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Двухязычный словарь.
- г. Особые указания:
1. Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.
 2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שש שאלות בנושאים:
אלגברה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי.
יש לענות על ארבע שאלות –
לכל שאלה 28 נקודות.
סך הנקודות לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.
- ד. הוראות מיוחדות:
1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טיוטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Вопросы

Ответьте на четыре из вопросов 1–6 (за каждый вопрос – 28 баллов).

Если вы ответите более, чем на четыре вопроса, будут проверены только первые четыре ответа в вашей тетради.

Обратите внимание: **объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.**
Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Алгебра

1. В некотором магазине цена рубашки с принтом на 18% выше цены рубашки без принта.

Цена 4 рубашек с принтом и 3 рубашек без принта в этом магазине составила в общей сложности 386 шекелей.

(а) Найдите цену одной рубашки с принтом и цену одной рубашки без принта.

На складе магазина осталось мало рубашек с принтом и много рубашек без принта, поэтому решили изменить цены рубашек.

Цена рубашки с принтом увеличилась на 7 шекелей, а цена рубашки без принта уменьшилась на 16% .

(б) Найдите цену одной рубашки с принтом и цену одной рубашки без принта после изменения цен.

После изменения цен на рубашки ученики одиннадцатых классов заказали рубашки в этом магазине.

Число заказанных ими рубашек с принтом было на 12 больше числа заказанных ими рубашек без принта.

Они заплатили за все заказанные ими рубашки в общей сложности 5760 шекелей.

(в) Найдите, сколько рубашек без принта заказали ученики одиннадцатых классов.

2. На чертеже справа изображен прямоугольный треугольник ABD ($\sphericalangle ABD = 90^\circ$).

Вершина A находится на оси x ,

а вершина B находится на оси y .

Уравнение стороны AB : $y = \frac{1}{4}x + 2$.

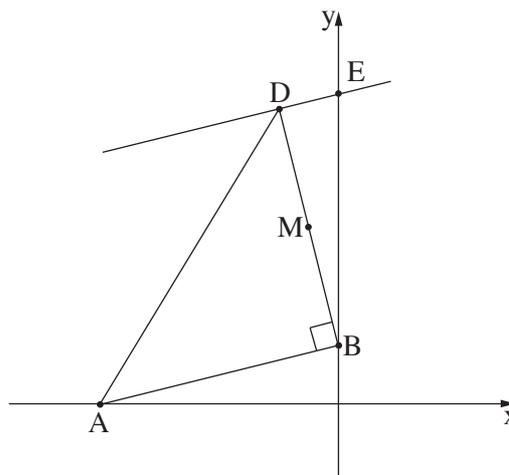
(**а**) Найдите координаты вершин A и B .

(**б**) Найдите уравнение стороны BD .

Координата x вершины D равна -2 .

(**а**) (1) Найдите координату y вершины D .

(2) Докажите, что треугольник ABD
является равнобедренным.



Через вершину D провели прямую, параллельную стороне AB .

Эта прямая пересекает ось y в точке E .

(**в**) Найдите координаты точки E .

Точка M является серединой отрезка DB .

(**г**) Найдите площадь треугольника BME .

3. Окружность с центром в точке M пересекает ось y в точках A и D , как показано на чертеже справа.

Каждая из прямых DB и AC является диаметром этой окружности.

Уравнение прямой AC : $y = \frac{4}{3}x + 3$,

уравнение прямой DB : $y = -\frac{4}{3}x + 11$.

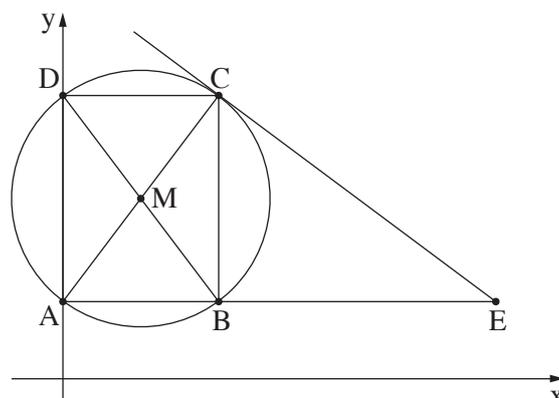
- (\aleph) Найдите координаты точек A и D .
(\beth) Найдите координаты точки M .
(\aleph) (1) Найдите длину радиуса этой окружности.
(2) Напишите уравнение этой окружности.
(\aleph) Найдите координаты точки C .

Через точку C провели касательную к окружности.

- (\aleph) Найдите уравнение этой касательной.

Точка E – такая точка на этой касательной, что отрезок AE параллелен оси x .

- (\aleph) (1) Найдите координаты точки E .
(2) Найдите площадь трапеции $ADCE$.



Дифференциальное и интегральное исчисление

4. Дана функция $f(x) = 3x - 12\sqrt{x} + 15$.

- (⌘) Какова область определения функции $f(x)$?
- (⌘) Найдите координаты точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью y .
- (⌘) (1) Найдите координаты внутренней точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.
(2) Найдите область возрастания функции $f(x)$.
- (⌘) Выберите верное высказывание из высказываний 1–3 ниже. Обоснуйте свой ответ.
 - 1) График функции $f(x)$ пересекает ось x только в одной точке.
 - 2) График функции $f(x)$ пересекает ось x в двух точках.
 - 3) График функции $f(x)$ не пересекает ось x .

5. На чертеже справа представлены графики двух функций:

$$f(x) = 2x^3 - 12x + 18,$$

$$g(x) = 2x^3.$$

(⌘) Определите, какой график проходит через начало координат:

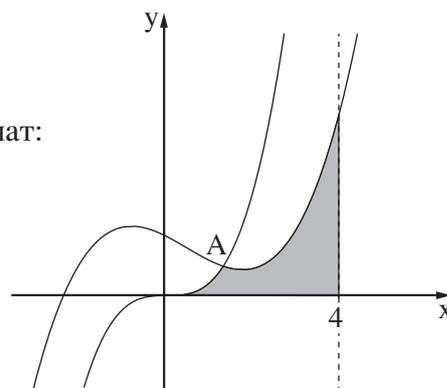
график функции $f(x)$ или график функции $g(x)$.

Обоснуйте.

(⌘) Найдите координаты точки A ,
точки пересечения графиков двух этих функций.

(⌘) Вычислите площадь серой фигуры на чертеже:

фигуры, заключенной между графиком функции $f(x)$, графиком функции $g(x)$, осью x и прямой $x = 4$.



6. Дана функция $f(x) = -2x^2 + 9x$ и дана прямая, уравнение которой $y = 3x$.

Точка А находится на графике функции $f(x)$

в первом квадранте над данной прямой.

Точка В – такая точка на данной прямой,

что отрезок АВ параллелен оси y .

Точка С – такая точка на оси y ,

что отрезок АС перпендикулярен АВ (смотрите чертеж).

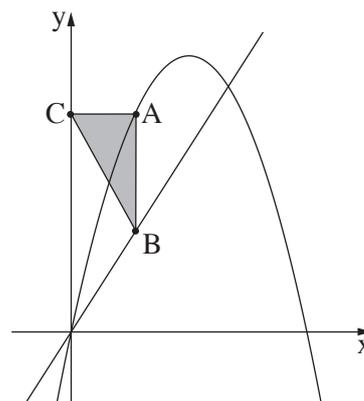
Обозначим как x координату x точки А.

(*) (1) Выразите с помощью x координаты точек А и В.

(2) Выразите с помощью x длину отрезка АВ.

(3) Выразите с помощью x площадь треугольника АВС.

(*) Найдите величину x , при которой площадь треугольника АВС будет максимальной.



Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך